

Лабораторная работа №5

Оптимизационные модели.

Задание 1. Фирма может выпускать 3 вида продукции Π_j ($j = \overline{1,3}$). При ее изготовлении используются ресурсы P_1, P_2 и P_3 . Размеры допустимых затрат ресурсов ограничены величинами b_1, b_2 и b_3 . Расход ресурса i -го вида ($i = \overline{1,3}$) на единицу продукции j -го вида составляет a_{ij} единиц. Прибыль от производства единицы продукции j -го вида составляет c_j единиц. Значения параметров приведены в табл. 1. Требуется:

- 1) составить математическую модель задачи;
- 2) найти оптимальный план;
- 3) указать наиболее дефицитный и недефицитный (если имеется) ресурсы.

Таблица 1

№	b_1	b_2	b_3	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	c_1	c_2	c_3
1	300	300	60	3	2	0	0	6	4	5	0	4	8	9	2
2	300	300	60	6	1	3	2	2	2	1	1	4	3	2	5
3	180	240	180	2	1	4	0	5	3	3	3	5	2	9	5
4	60	180	300	6	4	0	4	5	1	4	5	4	9	3	4
5	300	300	180	6	3	1	2	2	5	1	3	3	5	9	3
6	60	300	120	2	4	1	2	2	1	3	0	3	5	4	5
7	180	180	120	3	5	1	3	3	1	3	1	7	6	3	8
8	240	180	180	6	5	1	4	6	4	1	2	2	5	2	3
9	180	300	240	5	4	0	3	5	5	5	3	4	4	7	2
10	60	180	240	4	3	0	1	3	5	3	1	4	6	9	8
11	180	240	120	2	5	3	0	2	2	2	0	4	6	7	7
12	60	300	180	7	2	1	0	3	3	4	4	4	5	6	4
13	120	180	240	5	5	0	1	7	4	4	4	4	9	9	5
14	300	240	240	7	2	5	1	4	3	3	0	5	2	6	7
15	240	300	180	4	1	4	0	4	2	1	4	4	3	2	6
16	60	120	180	6	3	1	4	4	4	5	0	5	9	4	4
17	180	60	300	4	5	1	0	4	3	1	3	5	7	8	3
18	300	180	240	2	3	2	0	2	3	1	4	7	3	7	3
19	240	300	300	5	2	3	5	6	4	3	4	4	8	5	3
20	300	240	60	6	3	3	1	5	1	3	0	6	6	3	4
21	60	120	60	7	5	0	4	2	2	5	2	2	3	7	6
22	240	120	60	6	2	3	3	4	4	1	2	3	5	6	7
23	120	300	240	4	2	5	4	6	5	2	0	2	3	3	4
24	120	180	300	4	1	3	3	2	5	1	4	4	8	3	6
25	180	120	60	4	2	5	3	6	5	2	0	7	9	5	7
26	120	120	120	2	3	5	0	6	4	5	5	2	7	9	3
27	180	300	240	2	2	1	0	6	5	1	2	5	3	6	4
28	240	300	180	6	4	0	5	7	5	4	5	4	9	8	4
29	60	180	240	3	4	0	2	3	5	5	1	4	9	2	5
30	180	180	120	5	3	2	1	6	4	3	3	4	9	6	4
31	60	180	60	6	3	0	4	7	2	4	4	5	8	3	5
32	240	180	300	6	5	1	0	2	5	2	0	4	3	3	6
33	300	120	300	5	1	4	0	6	4	1	4	6	7	6	5
34	240	60	300	4	3	1	0	6	1	2	4	3	4	9	4
35	300	300	60	4	2	3	5	4	2	2	0	6	7	6	3
36	300	180	120	5	5	0	5	5	1	1	0	6	4	5	5
37	120	240	180	5	4	0	3	3	3	1	5	6	6	6	3
38	300	120	180	6	4	2	1	6	5	2	5	4	5	2	4
39	180	60	120	6	2	4	0	4	1	1	4	7	6	4	4
40	60	180	120	4	4	0	4	5	5	1	5	4	9	2	7

Задание 2. Решите задачу выбора оптимального варианта распределения инвестиций между конкурирующими проектами, если известны стоимости каждого проекта, возможный срок его начала и получаемая прибыль. Возможны как реинвестиции, так и краткосрочные вклады при 6% годовых. Исходные инвестиции до 1200 д.е. Таблица с исходными данными приведена ниже.

Таблица с исходными данными

Проект	Стоимость	Годы				
		1	2	3	4	5
П 1	400	-1	0.4	1.1		
П 2	430	-1	0.1	0.5	0.5	0.6
П 3	450	-1	0.8	0.4	0.3	0.1
П 4	470	-1	0.1	0.2	0.3	1.5
П 5	400		-1	0.5	0.7	0.8
П 6	500	-1	0.7	0.6	0.5	0.3

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНВЕСТИЦИЙ МЕЖДУ ПРОЕКТАМИ

Стоимости каждого проекта, возможные сроки начала выполнения и получаемая прибыль известны (табл. 2).

Значения «-1» показывают сроки начала соответствующих проектов, а положительные коэффициенты показывают доход в указанном году на единицу вложенных в проект средств.

Таблица 2

Доход на единицу средств

Проект	Стоимость	Годы				
		1	2	3	4	5
П 1	400	-1	0,4	1,1		
П 2	430	-1	0,1	0,5	0,5	0,6
П 3	450	-1	0,8	0,4	0,3	0,1
П 4	470	-1	0,1	0,2	0,3	1,5
П 5	400		-1	0,5	0,7	0,8

Пусть общая сумма исходных инвестиций ограничена величиной 1000 д.е. и возможны как реинвестиции, так и краткосрочные вклады при 8% годовых. Ниже приведен один из возможных вариантов таблицы данных для выбора оптимального решения (табл. 3).

Для учета краткосрочных вкладов, которые возможны в каждый из первых четырех лет рассматриваемого пятилетнего периода, введены строки Вкл_1...Вкл_4. Переменные в этих строках могут принимать любые неотрицательные значения. Переменные для строк П_1...П_5 могут иметь только двоичные значения.

Таблица 3

Распределение инвестиций между проектами

Проект	Стоимость	Годы					Переменные	Всего
		1	2	3	4	5		
П_1	400	-1	0,9	0,3				
П_2	530	-1	0,1	0,3	0,5	0,5		
П_3	450	-1	0,8	0,4	0,3	0,1	1	450
П_4	470		-1	0,2	0,3	0,9	1	470
П_5	400			-1	0,2	1,1	1	400
Вкл_1		-1	1,08				550	550
Вкл_2			-1	1,08			484	484
Вкл_3				-1	1,08		396,72	396,72
Вкл_4					-1	1,08	784,46	784,46
Инвестиции		1000						
Баланс средств		-1E-06	0	-2E-13	0	1755,2		

Для учета краткосрочных вкладов, которые возможны в каждый из первых четырех лет рассматриваемого пятилетнего периода, введены Вкл_1...Вкл_4. Переменные для этих строк могут принимать любые неотрицательные значения. Переменные для строк П_1...П_5 могут иметь только двоичные значения.

Колонка «Всего» показывает фактическое распределение средств, а значения в ней для проектов вычисляются как произведения стоимости проекта на соответствующую двоичную переменную. Очевидно, что для вкладов эти значения являются просто копиями переменных.

Строка «Баланс средств» вычисляется как сумма парных произведений значений из колонки «Всего» на коэффициенты столбца для рассматриваемого года. Для первого года к балансу надо добавить располагаемые инвестиции.

Целью оптимизации является максимальное значение баланса на пятый год (дальнейшее вложение средств не рассматривается) при условиях двоичности переменных соответствующих возможным проектам и неотрицательности балансов для первых четырех лет. Заметим, что последнее условие, по сути, равносильно требованию равенства этих балансов нулю. В силу конечной точности вычислений, как правило, будут появляться незначительные погрешности. Часто удается улучшить сходимость при установке режима *Автоматическое масштабирование* во вкладке *Параметры* команды *Поиск решения...* и повторении оптимизации.