

Лабораторная работа №5

Оптимизационные модели.

Задание 1. Фирма может выпускать 3 вида продукции Π_j ($j = \overline{1,3}$). При ее изготовлении используются ресурсы P_1 , P_2 и P_3 . Размеры допустимых затрат ресурсов ограничены величинами b_1 , b_2 и b_3 . Расход ресурса i -го вида ($i = \overline{1,3}$) на единицу продукции j -го вида составляет a_{ij} единиц. Прибыль от производства единицы продукции j -го вида составляет c_j единиц. Значения параметров приведены в табл. 1. Требуется:

- 1) составить математическую модель задачи;
- 2) найти оптимальный план;
- 3) указать наиболее дефицитный и недефицитный (если имеется) ресурсы.

Таблица 1

| № | b_1 | b_2 | b_3 | a_{11} | a_{12} | a_{13} | a_{21} | a_{22} | a_{23} | a_{31} | a_{32} | a_{33} | c_1 | c_2 | c_3 |
|----|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|-------|
| 1 | 300 | 300 | 60 | 3 | 2 | 0 | 0 | 6 | 4 | 5 | 0 | 4 | 8 | 9 | 2 |
| 2 | 300 | 300 | 60 | 6 | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 4 | 3 | 2 | 5 |
| 3 | 180 | 240 | 180 | 2 | 1 | 4 | 0 | 5 | 3 | 3 | 3 | 5 | 2 | 9 | 5 |
| 4 | 60 | 180 | 300 | 6 | 4 | 0 | 4 | 5 | 1 | 4 | 5 | 4 | 9 | 3 | 4 |
| 5 | 300 | 300 | 180 | 6 | 3 | 1 | 2 | 2 | 5 | 1 | 3 | 3 | 5 | 9 | 3 |
| 6 | 60 | 300 | 120 | 2 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 0 | 3 | 5 | 4 | 5 |
| 7 | 180 | 180 | 120 | 3 | 5 | 1 | 3 | 3 | 1 | 3 | 1 | 7 | 6 | 3 | 8 |
| 8 | 240 | 180 | 180 | 6 | 5 | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | 2 | 2 | 5 | 2 | 3 |
| 9 | 180 | 300 | 240 | 5 | 4 | 0 | 3 | 5 | 5 | 5 | 3 | 4 | 4 | 7 | 2 |
| 10 | 60 | 180 | 240 | 4 | 3 | 0 | 1 | 3 | 5 | 3 | 1 | 4 | 6 | 9 | 8 |
| 11 | 180 | 240 | 120 | 2 | 5 | 3 | 0 | 2 | 2 | 2 | 0 | 4 | 6 | 7 | 7 |
| 12 | 60 | 300 | 180 | 7 | 2 | 1 | 0 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 | 4 |
| 13 | 120 | 180 | 240 | 5 | 5 | 0 | 1 | 7 | 4 | 4 | 4 | 4 | 9 | 9 | 5 |
| 14 | 300 | 240 | 240 | 7 | 2 | 5 | 1 | 4 | 3 | 3 | 0 | 5 | 2 | 6 | 7 |
| 15 | 240 | 300 | 180 | 4 | 1 | 4 | 0 | 4 | 2 | 1 | 4 | 4 | 3 | 2 | 6 |
| 16 | 60 | 120 | 180 | 6 | 3 | 1 | 4 | 4 | 4 | 5 | 0 | 5 | 9 | 4 | 4 |
| 17 | 180 | 60 | 300 | 4 | 5 | 1 | 0 | 4 | 3 | 1 | 3 | 5 | 7 | 8 | 3 |
| 18 | 300 | 180 | 240 | 2 | 3 | 2 | 0 | 2 | 3 | 1 | 4 | 7 | 3 | 7 | 3 |
| 19 | 240 | 300 | 300 | 5 | 2 | 3 | 5 | 6 | 4 | 3 | 4 | 4 | 8 | 5 | 3 |
| 20 | 300 | 240 | 60 | 6 | 3 | 3 | 1 | 5 | 1 | 3 | 0 | 6 | 6 | 3 | 4 |
| 21 | 60 | 120 | 60 | 7 | 5 | 0 | 4 | 2 | 2 | 5 | 2 | 2 | 3 | 7 | 6 |
| 22 | 240 | 120 | 60 | 6 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 |
| 23 | 120 | 300 | 240 | 4 | 2 | 5 | 4 | 6 | 5 | 2 | 0 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 24 | 120 | 180 | 300 | 4 | 1 | 3 | 3 | 2 | 5 | 1 | 4 | 4 | 8 | 3 | 6 |
| 25 | 180 | 120 | 60 | 4 | 2 | 5 | 3 | 6 | 5 | 2 | 0 | 7 | 9 | 5 | 7 |
| 26 | 120 | 120 | 120 | 2 | 3 | 5 | 0 | 6 | 4 | 5 | 5 | 2 | 7 | 9 | 3 |
| 27 | 180 | 300 | 240 | 2 | 2 | 1 | 0 | 6 | 5 | 1 | 2 | 5 | 3 | 6 | 4 |
| 28 | 240 | 300 | 180 | 6 | 4 | 0 | 5 | 7 | 5 | 4 | 5 | 4 | 9 | 8 | 4 |
| 29 | 60 | 180 | 240 | 3 | 4 | 0 | 2 | 3 | 5 | 5 | 1 | 4 | 9 | 2 | 5 |
| 30 | 180 | 180 | 120 | 5 | 3 | 2 | 1 | 6 | 4 | 3 | 3 | 4 | 9 | 6 | 4 |
| 31 | 60 | 180 | 60 | 6 | 3 | 0 | 4 | 7 | 2 | 4 | 4 | 5 | 8 | 3 | 5 |
| 32 | 240 | 180 | 300 | 6 | 5 | 1 | 0 | 2 | 5 | 2 | 0 | 4 | 3 | 3 | 6 |
| 33 | 300 | 120 | 300 | 5 | 1 | 4 | 0 | 6 | 4 | 1 | 4 | 6 | 7 | 6 | 5 |
| 34 | 240 | 60 | 300 | 4 | 3 | 1 | 0 | 6 | 1 | 2 | 4 | 3 | 4 | 9 | 4 |
| 35 | 300 | 300 | 60 | 4 | 2 | 3 | 5 | 4 | 2 | 2 | 0 | 6 | 7 | 6 | 3 |
| 36 | 300 | 180 | 120 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 1 | 1 | 0 | 6 | 4 | 5 | 5 |
| 37 | 120 | 240 | 180 | 5 | 4 | 0 | 3 | 3 | 3 | 1 | 5 | 6 | 6 | 6 | 3 |
| 38 | 300 | 120 | 180 | 6 | 4 | 2 | 1 | 6 | 5 | 2 | 5 | 4 | 5 | 2 | 4 |
| 39 | 180 | 60 | 120 | 6 | 2 | 4 | 0 | 4 | 1 | 1 | 4 | 7 | 6 | 4 | 4 |
| 40 | 60 | 180 | 120 | 4 | 4 | 0 | 4 | 5 | 5 | 1 | 5 | 4 | 9 | 2 | 7 |

Задание 2. Решите задачу выбора оптимального варианта распределения инвестиций между конкурирующими проектами, если известны стоимости каждого проекта, возможный срок его начала и получаемая прибыль. Возможны как реинвестиции, так и краткосрочные вклады при 6% годовых. Исходные инвестиции до 1200 д.е. Таблица с исходными данными приведена ниже.

Таблица с исходными данными

| Проект | Стоимость | Годы | | | | |
|--------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| П 1 | 400 | -1 | 0.4 | 1.1 | | |
| П 2 | 430 | -1 | 0.1 | 0.5 | 0.5 | 0.6 |
| П 3 | 450 | -1 | 0.8 | 0.4 | 0.3 | 0.1 |
| П 4 | 470 | -1 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 1.5 |
| П 5 | 400 | | -1 | 0.5 | 0.7 | 0.8 |
| П 6 | 500 | -1 | 0.7 | 0.6 | 0.5 | 0.3 |

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНВЕСТИЦИЙ МЕЖДУ ПРОЕКТАМИ

Стоимости каждого проекта, возможные сроки начала выполнения и получаемая прибыль известны (табл. 2).

Значения «-1» показывают сроки начала соответствующих проектов, а положительные коэффициенты показывают доход в указанном году на единицу вложенных в проект средств.

Таблица 2

Доход на единицу средств

| Проект | Стоимость | Годы | | | | |
|--------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| П 1 | 400 | -1 | 0,4 | 1,1 | | |
| П 2 | 430 | -1 | 0,1 | 0,5 | 0,5 | 0,6 |
| П 3 | 450 | -1 | 0,8 | 0,4 | 0,3 | 0,1 |
| П 4 | 470 | -1 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 1,5 |
| П 5 | 400 | | -1 | 0,5 | 0,7 | 0,8 |

Пусть общая сумма исходных инвестиций ограничена величиной 1000 д.е. и возможны как реинвестиции, так и краткосрочные вклады при 8% годовых. Ниже приведен один из возможных вариантов таблицы данных для выбора оптимального решения (табл. 3).

Для учета краткосрочных вкладов, которые возможны в каждый из первых четырех лет рассматриваемого пятилетнего периода, введены строки Вкл_1...Вкл_4. Переменные в этих строках могут принимать любые неотрицательные значения. Переменные для строк П_1...П_5 могут иметь только двоичные значения.

Таблица 3

Распределение инвестиций между проектами

| Проект | Стоимость | Годы | | | | | Переменные | Всего |
|----------------|-----------|--------|------|--------|------|--------|------------|--------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| П_1 | 400 | -1 | 0,9 | 0,3 | | | | |
| П_2 | 530 | -1 | 0,1 | 0,3 | 0,5 | 0,5 | | |
| П_3 | 450 | -1 | 0,8 | 0,4 | 0,3 | 0,1 | 1 | 450 |
| П_4 | 470 | | -1 | 0,2 | 0,3 | 0,9 | 1 | 470 |
| П_5 | 400 | | | -1 | 0,2 | 1,1 | 1 | 400 |
| Вкл_1 | | -1 | 1,08 | | | | 550 | 550 |
| Вкл_2 | | | -1 | 1,08 | | | 484 | 484 |
| Вкл_3 | | | | -1 | 1,08 | | 396,72 | 396,72 |
| Вкл_4 | | | | | -1 | 1,08 | 784,46 | 784,46 |
| Инвестиции | | 1000 | | | | | | |
| Баланс средств | | -1E-06 | 0 | -2E-13 | 0 | 1755,2 | | |

Для учета краткосрочных вкладов, которые возможны в каждый из первых четырех лет рассматриваемого пятилетнего периода, введены Вкл_1...Вкл_4. Переменные для этих строк могут принимать любые неотрицательные значения. Переменные для строк П_1...П_5 могут иметь только двоичные значения.

Колонка «Всего» показывает фактическое распределение средств, а значения в ней для проектов вычисляются как произведения стоимости проекта на соответствующую двоичную переменную. Очевидно, что для вкладов эти значения являются просто копиями переменных.

Строка «Баланс средств» вычисляется как сумма парных произведений значений из колонки «Всего» на коэффициенты столбца для рассматриваемого года. Для первого года к балансу надо добавить располагаемые инвестиции.

Целью оптимизации является максимальное значение баланса на пятый год (дальнейшее вложение средств не рассматривается) при условиях двоичности переменных соответствующих возможным проектам и неотрицательности балансов для первых четырех лет. Заметим, что последнее условие, по сути, равносильно требованию равенства этих балансов нулю. В силу конечной точности вычислений, как правило, будут появляться незначительные погрешности. Часто удается улучшить сходимость при установке режима *Автоматическое масштабирование* во вкладке *Параметры* команды *Поиск решения...* и повторении оптимизации.