

Для решения оптимизационных задач в *Excel* будет необходима команда **Поиск решения...**, которая находится в меню **Сервис**. Если ее нет, то вызовите пункт меню **Сервис**, затем раздел **Надстройки** и в списке надстроек установите флажок для элемента **Поиск решения...** Если же этот элемент отсутствует, то необходима инсталляция соответствующего компонента пакета *Microsoft Excel*.

## 1. ПОДГОТОВКА ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим задачу об оптимальном производственном плане предприятия, обеспечивающем максимальную прибыль при ограниченных ресурсах. Для простоты построения линейной модели будем предполагать, что прибыль от производства единицы каждого из четырех возможных видов продукции известна и нет никаких ограничений, как по объему производства, так и по объему реализации кроме заданных в табл. 1.1 трех ресурсных ограничений. В этой же таблице приведены нормативы затрат каждого ресурса для всех четырех видов продукции и их объемы имеющиеся на предприятии.

Таблица 1.1

Исходные данные задачи

Наименование ресурса	Пр_1	Пр_2	Пр_3	Пр_4	Количество ресурса
Прибыль	20	25	40	50	max
Труд	0,6	1	2	2,5	20
Сырье	3	5	2	3	50
Оборудование	5	4	3	4	45

Экономико-математическая модель задачи имеет вид:

$$\begin{aligned} \max Z &= 20x_1 + 25x_2 + 40x_3 + 50x_4 \\ \left. \begin{aligned} 0,6x_1 + x_2 + 2x_3 + 2,5x_4 &\leq 20 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\leq 50 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 &\leq 45 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0, \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

где переменные  $x_1, x_2, x_3, x_4$  обозначают объемы производства соответствующих видов продукции.

Создадим таблицу для расчета оптимального плана. Она может иметь любой вид при условии, что будет удобной и понятной. Для этого используется выделение цветом, рамки, встраиваемые примечания и комментарии (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Таблица для расчета оптимального плана

Наименование	Переменные	Ресурсы
--------------	------------	---------

ресурса	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	Расчет.	Вид	Кол-во
					значен.	огран.	ресурса
Прибыль	20	25	40	50		max	—
Труд	0,6	1	2	2,5		$\leq$	20
Сырье	3	5	2	3		$\leq$	50
Оборудование	5	4	3	4		$\leq$	45

Непосредственно под обозначениями переменных  $x_1, \dots, x_4$  оставлены свободные ячейки для величин этих переменных. На экране они выделены бледно-зеленым цветом. При использовании линейной модели задавать значения этим переменным нет необходимости. Они будут найдены командой *Поиск решения...* Однако для визуальной проверки правильности вводимых формул можно присвоить отдельным переменным произвольные значения.

При записи формул все ячейки со значениями переменных удобно рассматривать как один блок ячеек. Можно присвоить этому блоку некоторое имя, например, **Переменные**. Для этого выделим эти ячейки, протаскивая по ним указатель курсора при нажатой левой клавише мышки, отпустим ее и переместим указатель на поле для ввода наименования блока (рис. 1.1) и щелкнем. Здесь и далее подразумевается использование левой клавиши мышки, а использование правой клавиши будет особо оговариваться. Введем это имя в поле для ввода и нажмем **Enter**.

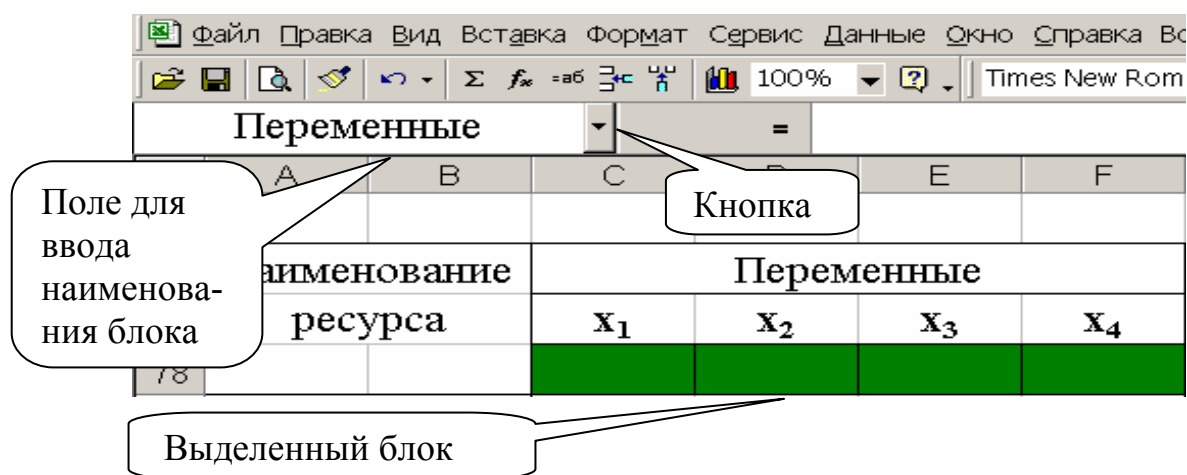


Рис. 1.1. Ввод наименования блока

**Внимание!** Каждый выделенный блок данных во всех листах книги должен иметь свое уникальное имя. Чтобы узнать, какие имена уже использованы и не повторять их, щелкните по кнопке рядом с полем для ввода наименования блока – появится список имен. Можно простым щелчком по имени в этом списке переместиться к соответст-

вующему блоку (блок будет при этом выделен) на каком бы листе книги он не находился.

Запишем формулы для вычисления расчетных значений прибыли и используемых ресурсов, умножая переменные на коэффициенты, находящиеся в соответствующих столбцах. Для этого выделим ячейку, в которую нужно занести расчетное значение прибыли, и вызовем **Вставка функции** (кнопка  $f_x$ ) и далее функцию **СУММПРОИЗВ**. В качестве первого аргумента выделим указателем блок переменных, наименование блока (в данном случае **Переменные**) будет вставлено программно, затем щелкнем по полю для ввода второго массива и выделим блок ячеек, содержащий значения прибыли. В этом случае в качестве второго аргумента будут вставлены адреса соответствующих ячеек (рис. 1.2).

На этом и последующих рисунках значения прибыли находятся в строке 79, а коэффициенты для расхода ресурсов в последующих строках. Сами номера строк очевидно несущественны и при выполнении Вами аналогичных расчетов будут иными. Например, при значениях  $x_1=1$  и  $x_2=2$  после щелчка по кнопке **ОК** получим значение прибыли 70.

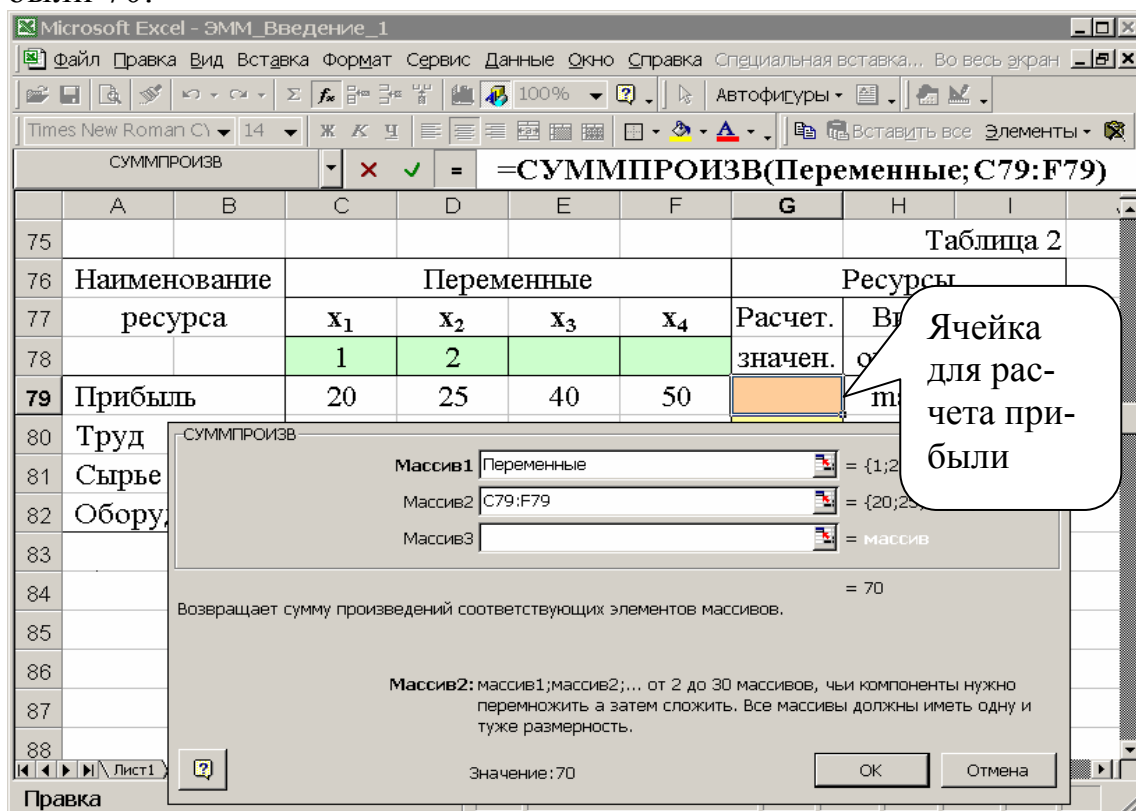


Рис. 1.2. Вычисление значения прибыли

Чтобы записать формулы для вычисления расчетных значений расхода ресурсов, проще всего скопировать полученную формулу для прибыли на ячейки, предназначенные для их расчета. Для этого выделим ячейку со значением прибыли и переместим указатель в ее правый нижний угол. Он примет вид перекрестия (рис. 1.3.). Удерживая в нажатом положении левую клавишу мышки, протащим указатель по заполняемым ячейкам. Адреса ячеек со значениями прибыли (строка 79) автоматически будут заменены адресами ячеек со значениями коэффициентов расхода ресурсов.

76	Наименование	Переменные				Ресурсы		
77	ресурса	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	Расчет.	Вид	Кол-во
78		1	2			значен.	огран.	ресурса
79	Прибыль	20	25	40	50	70	max	—
80	Труд	1	1,5	2	2,5		$\leq$	20
81	Сырье			4	3			50
82	Оборудов			5	4		$=$	45

Рис. 1.3. Вычисление значений расхода ресурсов

Теперь для любых, назначенных нами значений переменных, сразу можно видеть и объемы затраченных ресурсов, и величину прибыли. Это удобно для контроля правильности реализации вычислений, но нашей задачей является программный поиск оптимального решения.

## 2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМАНДЫ *Поиск решения...*

Выделите ячейку с расчетным значением целевой функции модели. В меню *Сервис* выберите команду *Поиск решения ...* и, если ее адрес еще не занесен в поле *Установить целевую ячейку*, то выделите это поле и щелкните по ячейке с расчетным значением целевой функции. Аналогичным образом заменяются и другие устаревшие поля.

Чтобы максимизировать (минимизировать) значение целевой ячейки путем изменения значений переменных модели, установите положение переключателя (рис. 2.1.).

Щелкните по полю *Изменяя ячейки* и введите имена или адреса переменных модели, выделяя эти ячейки как блок. Если они несмежные, то удерживайте в нажатом положении клавишу *Ctrl*. В рассматриваемом примере блок переменных модели уже получил имя **Переменные**, которое после выделения этого блока будет вставлено автоматически.

Щелкните по полю *Ограничения* и введите все ограничения, которые необходимо учесть при оптимизации. Для этого нажмите кнопку *Добавить*. В поле *Ссылка на ячейку* выберите ячейку или блок ячеек на значения которых накладываются ограничения (рис. 2.2.).

В примере левые части ограничений это блок ячеек **\$G\$80:\$G\$82**, а правые части ограничений соответственно **\$I\$80:\$I\$82**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
75								Таблица 2	
76	Наименование	Переменные				Ресурсы			
77	ресурса	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	Расчет.	Вид	Кол-во	
78		1	2			значен.	огран.	ресурса	
79	Прибыль	20	25	40	50	70	max	—	
80	Труд	0,6	1	2	2,5	2,6	$\leq$	20	
81	Сырье							50	
82								45	

Выбор направления оптимизации

Установленная целевая ячейка

Ввод ограничений

Рис. 2.1. Использование команды **Поиск решения...**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
76	Наименование	Переменные				Ресурсы			
77	ресурса	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	Расчет.	Вид	Кол-во	
78		1	2			значен.	огран.	ресурса	
79	Прибыль	20	25	40	50	70	max	—	
80	Труд	0,6	1	2	2,5	2,6	$\leq$	20	
81	Сырье	3	5	2	3	13	$\leq$	50	
82	Оборудование	5	4	3	4	13	$\leq$		

Левые части ограничений

Правые части ограничений

Рис. 2.2. Ввод ограничений

Выберите требуемый вид ограничения ( $\leq$ ,  $=$ ,  $\geq$ , *цел*, *двоич*) из раскрывающегося списка, который находится между ссылкой и ограничением. Запись « $\leq$ » в колонке **H** полезна только для удобства работы с моделью и командой **Поиск решения...** не воспринимается. Если выбрано «*цел*» или «*двоич*» (в дальнейшем такие задачи появятся), то в поле **Ограничение** появится «*целое*» или «*двоичное*». Последнее означает, что результат может быть только нулем или единицей.

В поле для величины ограничения можно вводить и число, но тогда не так удобно анализировать модель на экране. Для некоторых версий ис-

пользуемого программного обеспечения ввод числа может вызвать сообщение об ошибке. В этом случае следует ввести нужное значение в одну из ячеек и сослаться на нее.

Чтобы принять ограничение и приступить к набору нового, нажмите кнопку **Добавить**, а для возврата в диалоговое окно **Поиск решения...** нажмите кнопку **ОК**. В этом окне есть кнопка **параметры**, щелкнув которую Вы откроете диалоговое окно **Параметры поиска решения**.

Для решения линейных задач установите в этом окне флажки **Линейная модель** и **Неотрицательные значения** (рис. 2.3.). Остальные величины, которые определяют точность и сходимость решения, как правило, нет необходимости изменять. Нажмем кнопку **ОК** и вернемся в окно команды **Поиск решения...**, далее нажмем кнопку **Выполнить** и, если все сделано правильно, то получим результаты поиска решения (рис. 2.4.). Остается установить флажок **Сохранить найденное решение** и нажать кнопку **ОК**. Если выделить тип отчета, то на дополнительном листе будет получен соответствующий отчет.

Рассмотрим подробнее отчет по устойчивости (табл. 2.1.). Этот отчет содержит сведения о чувствительности решения к малым изменениям в формуле для целевой функции и в формулах ограничений.

Параметры поиска решения

Максимальное время: 100 секунд

Предельное число итераций: 100

Относительная погрешность: 0,000001

Допустимое отклонение: 5 %

Сходимость: 0,0001

Линейная модель  Автоматическое масштабирование

Неотрицательные значения  Показывать результаты итераций

Оценки

линейная  квадратичная

Разности

прямые  центральные

Метод поиска

Ньютона  сопряженных градиентов

ОК

Отмена

Загрузить модель...

Сохранить модель...

Справка

Рис. 2.3. Ввод параметров для поиска решения

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
76	Наименование		Переменные				Ресурсы		
77	ресурса		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	Расчет.	Вид	Кол-во
78			0	6	7	0	значен.	огран.	ресурса
79	Прибыль		20	25	40	50	430	max	—
80	Труд		0,6	1	2	2,5	20	$\leq$	20
81	Сырье		3	5	2	3	44	$\leq$	50
82	Оборудование		5	4	3	4	45	$\leq$	15

**Результаты поиска решения**

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Сохранить найденное решение  
 Восстановить исходные значения

Тип отчета  
 Результаты  
 Устойчивость  
 Пределы

Щелкнуть для получения отчета

Рис. 2.4. Результаты поиска решения

**Нормированная стоимость** показывает изменение целевой функции при увеличении соответствующей переменной на единицу. Например, если ввести дополнительное ограничение  $x_4 \geq 1$ , то получим  $x_4 = 1$  ( $x_2$  и  $x_3$  станут меньше), а вот величина целевой функции изменится на  $-0,5$ .

**Допустимое увеличение и уменьшение** определяют интервал изменений величины целевого коэффициента, внутри которого сохраняются значения переменных для оптимального плана. Например, если целевой коэффициент при  $x_1$  установить 20,21 (увеличение на 0,21 при указанном в таблице допуске 0,2), то эта переменная войдет в оптимальный план, но переменная  $x_2$  не войдет. При этом увеличение функционала почти незаметно (+0,01%), так как выбрано минимально возможное приращение для изменения структуры плана.

Таблица 2.1

Отчет по устойчивости

<b>Изменяемые ячейки</b>						
Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоим.	Целевой Коэфф.	Допустимое	
					Увелич.	Уменьш.
\$C\$78	x1	0	-0,2	20	0,20	1E+30
\$D\$78	x2	6	0	25	28,33	0,12
\$E\$78	x3	7	0	40	0,38	0,42
\$F\$78	x4	0	-0,5	50	0,50	1E+30

<b>Ограничения</b>						
Ячейка	Имя	Результ значение	Теневая Цена	Огранич. Пр.часть	Допустимое	
					Увелич.	Уменьш.
\$G\$80	Труд	20	17	20	10	4,29
\$G\$81	Сырье	44	0	50	1E+30	6
\$G\$82	Оборуд.	45	2	45	3,75	15

*Теневые цены* – это двойственные оценки ресурсов, а вот значения, в разделе *Ограничения Допустимое увеличение и уменьшение* показывают допустимый диапазон изменения правых частей ограничений, в пределах которого в оптимальный план входят те же самые переменные, хотя возможно и с другими значениями.

Например, любое увеличение ресурса сырья, поскольку этот ресурс не-дефицитный, (величина  $1E+30$  выполняет роль бесконечности) не влияет на оптимальный план, однако уменьшение этого ресурса более чем на 6 единиц приведет к изменению структуры решения.